



**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE”-ediția a XVIII-a
Etapa județeană 10.02.2023
Clasa a XI –a, Matematică *M_tehnologic***

Subiectul I

Fie matricea $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și \mathcal{M} mulțimea matricelor $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu elementele de

pe diagonala secundară nule, iar suma elementelor de pe fiecare linie și fiecare coloană egală cu 0.

- a) Să se calculeze $B + B^2 + B^3 + \dots + B^{18}$.
- b) Să se determine $A \in \mathcal{M}$ astfel încât $A^3 = A$.
- c) Să se arate că $\det(A + B) < 0, \forall A \in \mathcal{M}$.

Subiectul II

Fie funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{x+1} - 2$.

- a) Să se determine x astfel încât punctele $A(1,1)$, $B(f(x), g(x))$, $C(g(x), f(x))$ să fie coliniare.
- b) Să se afle mulțimea punctelor de acumulare din $\overline{\mathbb{R}}$ pentru $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) + g(x) < 1\}$.
- c) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{f(x)}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ și $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - f(x)}{x - 1}$.

Subiectul III

Se consideră funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - ax^2 - 8x}{x^2 - 2x + a + 2}$, $a \in \mathbb{R}$.

- a) Pentru $a = -2$, calculați $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.
- b) Aflați valoarea numărului real a pentru care dreapta de ecuație $y = x + 3$ este asimptotă oblică la graficul funcției spre $+\infty$.
- a) Pentru $a \geq -1$, determinați numărul asimptotelor verticale ale funcției f .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect are 30 puncte.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 120 minute.

Subiectele au fost elaborate de:

Prof. Irinel Dafinescu

Prof. Daniela Barbu