



MINISTERUL EDUCAȚIEI



**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE”-editia a XVIII-a
Etapa judeteană 10.02.2023
Clasa a XI -a Matematică *M_șt-nat***

Subiectul I Fie matricele $A(x) = \begin{pmatrix} \cos \pi x & -\sin \pi x \\ \sin \pi x & \cos \pi x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$ și $B = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$.

- Arătați că există $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $B = 2A(x)$.
- Calculați B^{2022} .
- Pentru $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ determinați cel mai mic număr real strict pozitiv x cu proprietatea $(A(x))^n = I_2$.

Subiectul II Raportăm planul la reperul cartezian xOy și considerăm dreptele

$$d_1 : x + y = 0, d_2 : x - y = 0.$$

- Calculați aria triunghiului OAA' unde $A(1,4)$, iar A' este simetricul lui A față de dreapta d_1 .
- Calculați distanțele de la punctul $M(r,s), r, s \in \mathbb{R}$, la dreptele d_1 și d_2 .
- În ipoteza $r^2 - s^2 = 1, s < 0$, calculați limitele distanțelor determinate la punctul **b)** pentru $r \rightarrow \infty$ și pentru $r \rightarrow -\infty$.

Subiectul III Fie funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}, g(x) = \frac{\sin(ax^2 + bx + c)}{x^3 - x}$

unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a + b + c = \pi$.

- Determinați asimptota spre $+\infty$ a funcției f .
- Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \frac{-2a - b}{2}$.
- Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 g(x) - f(x) g(x) \ln(e^x + x))$.

**Fiecare subiect are 30 puncte
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp de lucru 120 minute**

Subiectele au fost elaborate de:
Prof. Necșuliu Ion, C.N.Mircea cel Bătrân
, Rm.Vâlcea