



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE” - ediția a XVIII-a

Etapa județeană 10.02.2023

Clasa a XII -a Matematică *M_Tehnologic*

SUBIECTUL I

- 5p 1) Calculați rația unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_2 = 8$ și $a_6 = 16$.
- 5p 2) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definită prin $f(x) = 2x + 1$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x) \geq 3f(1) + 2$.
- 5p 3) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $64^x = 16$.
- 5p 4) Calculați $\frac{C_{2023}^2}{A_{2023}^2}$.
- 5p 5) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,3)$, $B(0,1)$ și $C(2,-2)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p 6) Arătați că $E = \frac{\sin 30^\circ}{\operatorname{ctg} 45^\circ \cdot \cos 60^\circ} = 1$.

SUBIECTUL II (30p)

- 1) Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A) = -3$.
- 5p b) Calculați $A^2 - 23I_2$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbf{R})$ astfel încât $A \cdot X - I_2 = A^2 - 23I_2$.
- 2) Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă
 $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p a) Arătați că $3 \circ 2023 = 3$.
- 5p b) Arătați că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele naturale a și b pentru care $a \circ b = 13$.

SUBIECTUL III (30p)

- 1) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x^2 + 4)e^x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = (x^2 + 2x + 4)e^x$, pentru orice număr real x .
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.
- 5p c) Demonstrați că $(x^2 + 4)e^x \geq 4$, pentru orice număr real $x \geq 0$.
- 2) Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$.
- 5p a) Arătați că $\int_2^3 f(x) \cdot (x+2) dx = \frac{1}{2}$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^2 f(x) dx = 1 - 4 \ln \frac{4}{3}$.
- 5p c) Determinați numărul real $m > 2$ astfel încât $\int_2^m f(x) f'(x) dx = \frac{1}{18}$.

Fiecare subiect are 30 puncte.
Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp de lucru 180 minute.

Subiectele au fost elaborate de:
Prof. Aron Roxana
Prof. Dicu Florentina