



MINISTERUL EDUCAȚIEI



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE”-editia a XVIII-a
Etapa județeană 10.02.2023
Clasa a IX -a Matematică *M_tehnologic*

Subiectul I

- a) Se dă $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică astfel încât $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{4046} = 2023$.
Să se calculeze a_{2024} .
- b) Să se rezolve ecuația $|x - 1| + |x^2 - 1| = 7(x^2 - 4)$, pentru $x \geq -1$.
- c) Se dă $0 < b < a$ cu $a^2 + b^2 = 6ab$. Să se calculeze $\frac{a}{b}$.

Subiectul II

- a) Fie $a, b > 0$ și $M_a = \frac{a+b}{2}$, $M_g = \sqrt{a \cdot b}$, $M_p = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$. Demonstrați că $M_g^2 + M_p^2 = 2 \cdot M_a^2$.
- b) Să se arate că $\frac{2^{n-1}}{(2^{n+1})(2^{n+1}+1)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2^{n+1}} - \frac{1}{2^{n+1}+1} \right)$, $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$.
- c) Determinați numărul natural nenul n astfel încât

$$\frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 9} + \frac{4}{9 \cdot 17} + \dots + \frac{2^{n-1}}{(2^{n+1})(2^{n+1}+1)} = \frac{2^{2022}-1}{3 \cdot (2^{2023}+1)}$$

Subiectul III

- a) Se consideră paralelogramul $ABCD$. Demonstrați că pentru orice punct O din plan are loc relația $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC} + \vec{OD}$.
- b) Fie G centrul de greutate al triunghiului ABC și P un punct oarecare în plan.
Arătați că: $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = 3\vec{PG}$.
- c) Să se demonstreze că într-un trapez, punctul de intersecție al diagonalelor și mijloacele bazelor sunt trei puncte coliniare.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect are 30 puncte
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp de lucru 120 minute

Subiectele au fost elaborate de:
Prof. dr. Cătălin Pană
Prof. Elena Drăgan
Prof. Cristian Cotoarbă