



MINISTERUL EDUCAȚIEI



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ
„TEHNICI MATEMATICE”-editia a XVIII-a
Etapa județeană 10.02.2023
Clasa a IX -a Matematică *M_șt-nat*

Subiectul I

Fie $[x]$ partea întregă a numărului real x și $\{x\}$ partea sa fracționară.

- Dacă $[x] = 5$, determinați numărul real $\frac{1}{x}$.
- Calculați $[\sqrt{2023}] - 6 \cdot \left\{-\frac{2}{3}\right\}$.
- Determinați toate numerele reale x pentru care $\left[\frac{1}{x}\right] + \left[\frac{5}{x}\right] = 6$.

Subiectul II

- Să se rezolve în \mathbf{R} ecuația
 $|x - 1| + |2 - 2x| + |3x - 3| + \dots + |9x - 9| + |10 - 10x| = |x^2 - 1|$.
- Dacă $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ astfel încât $a^2 + 7b^2 = 2$ și $c^2 + 5d^2 = 3$, să se demonstreze că $|abcd| < \frac{3}{10}$.
- Să se demonstreze inegalitatea: $\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2} \leq \sqrt{4 - (x + y)^2}$.

Subiectul III

- Se consideră triunghiul ABC cu AA', BB', CC' mediane.
 - Să se arate că se poate forma un triunghi cu segmentele AA', BB', CC' .
 - Dacă $M \in [BC]$ astfel încât $\frac{MB}{MC} = 2023$, atunci $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2024} \overrightarrow{AB} + \frac{2023}{2024} \overrightarrow{AC}$.
- Fie patrulaterul convex $ABCD$ cu $AC \cap BD = \{O\}$ și E, F mijloacele laturilor BC respectiv AD . Arătați că dacă punctele E, O, F sunt coliniare atunci $BC \parallel AD$.

Notă

Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect are 30 puncte
Se acordă 10 puncte din oficiu
Timp de lucru 120 minute

Subiectele au fost elaborate de:
Prof. dr. Cătălin Pană
Prof. Elena Drăgan
Prof. Cristian Cotoarbă